

Leçon 245

Fonctions holomorphes et méromorphes sur un ouvert de $\mathbb{C}$. Exemples et applications.

I - Holomorphie et analyticité

II - Théorie de Cauchy et fonctions holomorphes

III - Fonctions méromorphes

Dev 1 : Ind composabilit  de la loi de Poisson

Dev 2 : Espace de Bergman

I - Holomorphie et analyticité

1) Holomorphie : def $\mathbb{C}$ -dérivabilité, holomorphie, conditions de Cauchy-Riemann, contre-exemple, interprétation géométrique, $f' = 0 \Rightarrow f$ cste, exemples [Tau06]

2) Analyticit  : def, régularité, $\mathcal{A}(U) \subset \mathcal{H}(U)$, prolongement analytique, zéros isolés, intégrité de $\mathcal{H}(U)$, factorisation [Tau06]

II - Théorie de Cauchy et fonctions holomorphes

1) Théorie de Cauchy : def chemins équivalents, intégrale complexe, indice, existence de primitives, thm de Goursat, de Cauchy, formule de Cauchy, thm de Morera, $\mathcal{A}(U) = \mathcal{H}(U)$ [Tau06]

2) Inégalités de Cauchy et conséquences : inégalités de Cauchy, thm de Liouville, de d'Alembert, propriété de la moyenne, principe du maximum [Tau06]

3) Primitives et inverses de fonctions holomorphes :

existence de primitives, de logarithmes, [dev 1], inversion holomorphe, biholomorphismes [Que20]

4) Passage à la limite : holomorphie sous l'intégrale, thm de Weierstrass, complétude, [dev 2], distance de la CVUSTC, thm de Montel [Que20], [Sai08]

III - Fonctions méromorphes

1) Singularités et développement de Laurent : description des singularités, cas d'un pôle, exemples, séries de Laurent, lien singularités [Tau06]

2) Théorème des résidus : def fonction méromorphe, structure de corps, def résidus, règles de calcul, théorème des résidus, exemples [Tau06]

Références

- [Que20] Hervé QUEFFÉLEC. *Topologie - 6E éd.* Dunod, 2020.
- [Sai08] Jean SAINT RAYMOND. *Topologie, Calcul Différentiel et variable complexe : Cours et exercices.* Calvage & Mounet, 2008.
- [Tau06] Patrice TAUVEL. *Analyse complexe pour la licence 3 : Cours et exercices corrigés.* Dunod, 2006.